

CORRIGE DE LA SERIE IIITRAVAUX DIRIGES - OPTIQUE GEOMETRIQUE

Ces exercices sont traités dans les conditions de l'approximation de Gauss.

Exercice 1 : Système dioptrique & catadioptrique

1.

- $\overline{SC_1} < 0$: Le dioptré sphérique DS1 est concave.
- $\overline{SC_2} > 0$: Le dioptré sphérique DS2 est convexe.
- DS1 est divergent car le centre du dioptré se trouve du côté du milieu le moins réfringent.
- DS2 est divergent car le centre du dioptré se trouve du côté du milieu le moins réfringent.

2. DS1

- La relation de conjugaison, avec origine au sommet du dioptré DS1 :

$$\frac{n}{\overline{SA_1}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{n-1}{\overline{SC_1}}$$

- Le grandissement linéaire :

$$\gamma_{DS1} = \frac{1 * \overline{SA_1}}{n * \overline{SA}}$$

- Le foyer principal objet F_1

D'après la définition on a : $A \equiv F_1 \xrightarrow{(DS1)} A_1 \rightarrow \infty$

Donc la correspondance optique entre le point F_1 et son image à l'infini se traduit, d'après la relation de conjugaison, par :

$$0 - \frac{1}{\overline{SF_1}} = \frac{n-1}{\overline{SC_1}} \\ \Rightarrow \overline{SF_1} = -\frac{1}{n-1} \overline{SC_1} \quad \Rightarrow \quad \overline{SF_1} = \frac{R}{n-1}$$

■ Le foyer principal image F_1'

D'après la définition on a : $A \rightarrow \infty \xrightarrow{(DS1)} A_1 \equiv F_1'$

Donc la correspondance optique entre le point F_1' et son objet à l'infini se traduit, d'après la relation de conjugaison, par :

$$\begin{aligned} \frac{n}{\overline{SF_1'}} - 0 &= \frac{n-1}{\overline{SC_1}} \\ \Rightarrow \overline{SF_1'} &= \frac{n}{n-1} \overline{SC_1} \Rightarrow \overline{SF_1'} = -\frac{nR}{n-1} \end{aligned}$$

■ La distance focale objet et image :

$$f_1 = \overline{SF_1} = \frac{R}{n-1} \quad \text{et} \quad f_1' = \overline{SF_1'} = -\frac{nR}{n-1}$$

■ La nature des foyers F_1 et F_1' :

$$\overline{SF_1} = \frac{R}{n-1} > 0 \Rightarrow F_1 \text{ est virtuel.}$$

$$\overline{SF_1'} = -\frac{nR}{n-1} < 0 \Rightarrow F_1' \text{ est virtuel.}$$

3. DS2

■ La relation de conjugaison, avec origine au sommet du dioptré DS2 :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA_1}} = \frac{1-n}{\overline{SC_2}}$$

■ Le grandissement linéaire :

$$\gamma_{DS2} = n \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA_1}}$$

■ Le foyer principal objet F_2

D'après la définition on a : $A_1 \equiv F_2 \xrightarrow{(DS2)} A' \rightarrow \infty$

Donc la correspondance optique entre le point F_2 et son image à l'infini se traduit, d'après la relation de conjugaison, par :

$$0 - \frac{n}{\overline{SF_2}} = \frac{1-n}{\overline{SC_2}}$$

$$\Rightarrow \overline{SF_2} = \frac{n}{n-1} \overline{SC_2} \quad \Rightarrow \quad \overline{SF_2} = \frac{nR}{n-1}$$

■ Le foyer principal image F_2'

D'après la définition on a : $A_1 \rightarrow \infty \xrightarrow{(DS2)} A' \equiv F_2'$

Donc la correspondance optique entre le point F_2' et son objet à l'infini se traduit, d'après la relation de conjugaison, par :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\overline{SF_2'}} - 0 &= \frac{1-n}{\overline{SC_2}} \\ \Rightarrow \overline{SF_2'} &= -\frac{1}{n-1} \overline{SC_2} \quad \Rightarrow \quad \overline{SF_2'} = -\frac{R}{n-1} \end{aligned}$$

■ La distance focale objet et image :

$$f_2 = \overline{SF_2} = \frac{nR}{n-1} \quad \text{et} \quad f_2' = \overline{SF_2'} = -\frac{R}{n-1}$$

■ La nature des foyers F_1 et F_1' :

$$\overline{SF_2} = \frac{nR}{n-1} > 0 \Rightarrow F_2 \text{ est virtuel.}$$

$$\overline{SF_2'} = -\frac{R}{n-1} < 0 \Rightarrow F_2' \text{ est virtuel.}$$

4.

■ Le foyer objet F du système (S) :

$$\begin{aligned} F &\xrightarrow[\frac{1}{n}]{(DS1)} ? \xrightarrow[\frac{n}{1}]{(DS2)} \infty \\ \Rightarrow F &\xrightarrow[\frac{1}{n}]{(DS1)} F_2 \xrightarrow[\frac{n}{1}]{(DS2)} \infty \\ (DS1) &\Rightarrow \frac{n}{\overline{SF_2}} - \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{n-1}{\overline{SC_1}} = -\frac{n-1}{R} \\ \Rightarrow \frac{1}{\overline{SF}} &= \frac{n-1}{R} + \frac{n}{\overline{SF_2}} \\ \Rightarrow \frac{1}{\overline{SF}} &= \frac{n-1}{R} + \frac{n-1}{R} \\ \Rightarrow \overline{SF} &= \frac{R}{2(n-1)} \end{aligned}$$

■ Le foyer image F' du système (S) :

$$\begin{aligned}
& \infty \xrightarrow[\frac{1/n}{DS1}]{} ? \xrightarrow[\frac{n/1}{DS2}]{} F' \\
\Rightarrow & \infty \xrightarrow[\frac{1/n}{DS1}]{} F'_1 \xrightarrow[\frac{n/1}{DS2}]{} F' \\
(DS2) \Rightarrow & \frac{1}{\overline{SF'}} - \frac{n}{\overline{SF'_1}} = \frac{1-n}{\overline{SC_2}} = \frac{1-n}{R} \\
\Rightarrow & \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{1-n}{R} + \frac{n}{\overline{SF'_1}} \\
\Rightarrow & \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{1-n}{R} + \frac{1-n}{R} \\
\Rightarrow & \overline{SF'} = \frac{R}{2(1-n)}
\end{aligned}$$

■ La nature des foyers F et F' :

$$\begin{aligned}
\overline{SF} > 0 &\Rightarrow \text{le foyer objet } F \text{ est virtuel.} \\
\overline{SF'} < 0 &\Rightarrow \text{le foyer image } F' \text{ est virtuel.}
\end{aligned}$$

5.

■ La relation de conjugaison de position du système (S) :

$$(DS1) \Rightarrow \frac{n}{\overline{SA_1}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1-n}{R} \quad (1)$$

$$(DS2) \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA_1}} = \frac{1-n}{R} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2(1-n)}{R}$$

■ La relation de grandissement linéaire du système optique (S) :

$$\begin{aligned}
\gamma &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_{DS2} * \gamma_{DS1} \\
\Rightarrow \gamma &= \frac{1 * \overline{SA_1}}{n * \overline{SA}} * n \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA_1}} \\
\Rightarrow \gamma &= \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}
\end{aligned}$$

6. La position des foyers objet F et image F' du système :

■ Le foyer principal objet F

On a : $A \equiv F \xrightarrow{(s)} A' \rightarrow \infty$

D'après la relation de conjugaison on a :

$$0 - \frac{1}{SF} = \frac{2(1-n)}{R}$$

$$\Rightarrow \overline{SF} = \frac{R}{2(n-1)}$$

■ Le foyer principal objet F'

On a : $A \rightarrow \infty \xrightarrow{(s)} A' \equiv F'$

D'après la relation de conjugaison on a :

$$\frac{1}{SF'} - 0 = \frac{2(1-n)}{R}$$

$$\Rightarrow \overline{SF'} = \frac{R}{2(1-n)}$$

7.

■ Formule de conjugaison du dioptré sphérique $DS1$ ($1/n$) :

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{(DS1)} & A_0 \\ (1) & & (n) \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{SA_0} - \frac{1}{SA} = \frac{n-1}{SC_1}$$

■ Formule de conjugaison du miroir sphérique MS :

$$\begin{array}{ccc} A_0 & \xrightarrow{(MS)} & A_1 \\ & & \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{SA_1} + \frac{1}{SA_0} = \frac{2}{SC_2}$$

■ Formule de conjugaison du dioptré sphérique $DS1$ ($n/1$) :

$$\begin{array}{ccc} A_1 & \xrightarrow{(DS1)} & A' \\ (n) & & (1) \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{SA'} - \frac{n}{SA_1} = \frac{1-n}{SC_1}$$

8.

La relation de conjugaison du système équivalent :

$$\begin{aligned} (1) + n * (2) - (3) &\Rightarrow \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2(1-n)}{SC_1} + \frac{2n}{SC_2} \\ &\Rightarrow \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{R}(2n-1) \end{aligned}$$

9. La formule de conjugaison du système est équivalent à celle d'un miroir sphérique

de sommet S , de centre C et de rayon $\rho = \overline{SC}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC} &\Rightarrow \frac{2}{SC} = \frac{2(1-n)}{SC_1} + \frac{2n}{SC_2} = \frac{2(2n-1)}{R} \\ \Rightarrow \rho = \overline{SC} &= \frac{R}{2n-1} \end{aligned}$$

■ Le centre C du miroir équivalent est l'image du centre C_2 du miroir sphérique

(MS) à travers le dioptre sphérique (DS_1) dans le sens de la lumière réfléchie :

$$\begin{aligned} \frac{1}{SC} - \frac{n}{SC_2} = \frac{1-n}{SC_1} &\Rightarrow \frac{1}{SC} = \frac{1-n}{SC_1} + \frac{n}{SC_2} = \frac{n-1}{R} + \frac{n}{R} = \frac{2n-1}{R} \\ \Rightarrow \overline{SC} &= \frac{R}{2n-1} \end{aligned}$$

■ Le sommet Σ du miroir équivalent est l'image du sommet S du miroir sphérique

(MS) à travers le dioptre sphérique (DS_1) dans le sens de la lumière réfléchie :

$$\begin{aligned} \frac{n}{C_1\Sigma} - \frac{1}{C_1S} = \frac{n-1}{C_1S} &\Rightarrow \frac{n}{C_1\Sigma} = \frac{n-1}{C_1S} + \frac{1}{C_1S} = \frac{(n-1)}{R} + \frac{1}{R} = \frac{(n-1)+1}{R} = \frac{n}{R} \\ \Rightarrow C_1\Sigma = R &\Rightarrow \Sigma \equiv S \end{aligned}$$

■ *Le rayon de courbure du miroir équivalent :*

$$\rho = \overline{\Sigma C} = \overline{SC} = \frac{R}{2n - 1}$$

10. $\overline{SC} = \frac{R}{2n - 1} \succ 0 \Rightarrow$ *Le miroir équivalent est convexe (divergent).*

Exercice 2 : Système centré

Le problème est entièrement traité dans les conditions de l'approximation de Gauss.

1.

- $\overline{S_1C} < 0 \Rightarrow$ Le dioptré sphérique DS1 est concave.
- $\overline{S_2C} < 0 \Rightarrow$ Le dioptré sphérique DS2 est concave.
- $\overline{S_1C}(n-1) < 0 \Rightarrow$ Le dioptré sphérique DS1 est divergent.
- $\overline{S_2C}(1-n) > 0 \Rightarrow$ Le dioptré sphérique DS2 est convergent.

2.

DS1

La relation de conjugaison avec origine au centre du dioptré DS1 pour un couple de points (A, A1) :

$$\frac{1}{\overline{CA_1}} - \frac{n}{\overline{CA}} = \frac{1-n}{\overline{CS_1}} \quad (a)$$

- Le foyer principal objet F_1

$$A \equiv F_1 \xrightarrow{(DS1)} A_1 \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad 0 - \frac{n}{\overline{CF_1}} = \frac{1-n}{\overline{CS_1}} \Rightarrow \quad \overline{CF_1} = \frac{\overline{CS_1}}{(n-1)} = \frac{nR}{2(n-1)}$$

Application numérique : $\overline{CF_1} = 3\text{cm}$

- Le foyer principal image F_1'

$$A \rightarrow \infty \xrightarrow{(DS1)} A_1 \equiv F_1' \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\overline{CF_1'}} - 0 = \frac{1-n}{\overline{CS_1}} \Rightarrow \quad \overline{CF_1'} = -\frac{\overline{CS_1}}{(n-1)} = -\frac{R}{2(n-1)}$$

Application numérique : $\overline{CF_1'} = -2\text{cm}$

DS2

La relation de conjugaison avec origine au centre du dioptré DS2 pour un couple de points (A1, A') :

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{1}{\overline{CA_1}} = \frac{n-1}{\overline{CS_2}} \quad (b)$$

■ Le foyer principal objet F_2

$$A_1 \equiv F_2 \xrightarrow{(DS_2)} A' \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad 0 - \frac{1}{\overline{CF_2}} = \frac{n-1}{\overline{CS_2}} \Rightarrow \quad \overline{CF_2} = -\frac{\overline{CS_2}}{(n-1)} = -\frac{R}{(n-1)}$$

Application numérique : $\overline{CF_2} = -4cm$

■ Le foyer principal image F_2'

$$A_1 \rightarrow \infty \xrightarrow{(DS_2)} A' \equiv F_2' \quad \Rightarrow \quad \frac{n}{\overline{CF_2'}} - 0 = \frac{n-1}{\overline{CS_2}} \Rightarrow \quad \overline{CF_2'} = \frac{\overline{CS_2}}{(n-1)} = \frac{nR}{(n-1)}$$

Application numérique : $\overline{CF_2'} = 6cm$

3.

■ Formule de conjugaison et de position du système :

$$\begin{aligned} (a) + (b) &\Rightarrow \frac{1}{\overline{CA_1}} - \frac{n}{\overline{CA}} + \frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{1}{\overline{CA_1}} = \frac{1-n}{\overline{CS_1}} + \frac{n-1}{\overline{CS_2}} \\ &\Rightarrow \frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{n}{\overline{CA}} = -\frac{2(n-1)}{R} + \frac{n-1}{R} \\ &\Rightarrow \frac{1}{\overline{CA'}} - \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{1-n}{nR} \end{aligned}$$

■ La relation de grandissement linéaire du système :

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_{DS_2} * \gamma_{DS_1} = \frac{\overline{CA_1}}{\overline{CA}} * \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA_1}} \\ &\Rightarrow \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \end{aligned}$$

4. La position des foyers objet F et image F' du système :

■ Le foyer principal objet F

$$\text{On a :} \quad A \equiv F \xrightarrow{(\Sigma)} A' \rightarrow \infty$$

D'après la relation de conjugaison on a :

$$0 - \frac{1}{\overline{CF}} = \frac{(1-n)}{nR} \Rightarrow \overline{CF} = \frac{nR}{n-1}$$

$$\Rightarrow \overline{CF} = +6cm$$

■ *La nature du foyer objet F :*

$$\overline{S_1F} = \overline{S_1C} + \overline{CF} = -\frac{R}{2} + \frac{nR}{n-1} = \frac{2nR - (n-1)R}{2(n-1)}$$

Or $\overline{S_1F} = \frac{(n+1)}{2(n-1)}R \succ 0$ donc le foyer objet F est virtuel (Il se

trouve après la face d'entrée du système centré).

■ *Le foyer principal objet F'*

On a : $A \rightarrow \infty \xrightarrow{(\Sigma)} A' \equiv F'$

D'après la relation de conjugaison on a :

$$\frac{1}{\overline{CF'}} - 0 = \frac{(1-n)}{nR} \Rightarrow \overline{CF'} = -\frac{nR}{n-1}$$

$$\Rightarrow \overline{CF'} = -6cm$$

■ *La nature du foyer image F' :*

$$\overline{S_2F'} = \overline{S_2C} + \overline{CF'} = -R - \frac{nR}{n-1} = -\frac{(n-1)R + nR}{(n-1)}$$

Puisque $\overline{S_2F'} = -\frac{(2n-1)R}{(n-1)} \prec 0$ donc le foyer image F' est virtuel (Il

se trouve avant la face de sortie du système centré).

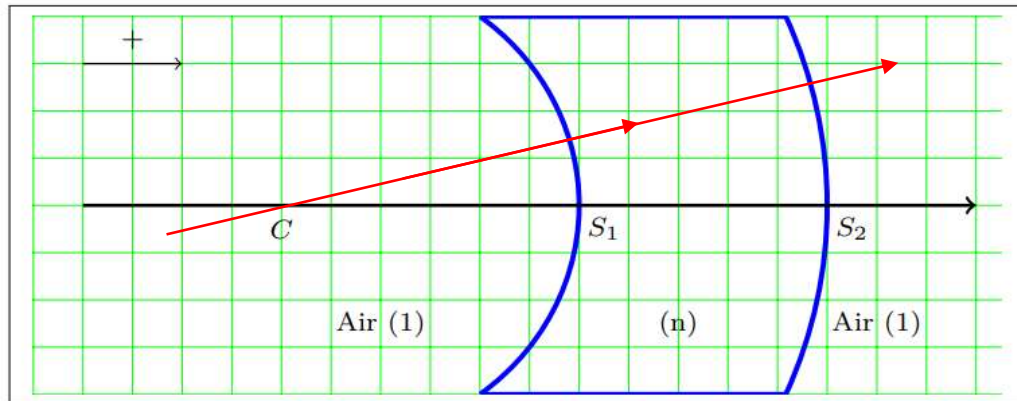
5. *La position du centre optique O du système :*

On a la relation suivante : $\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{\overline{S_1C_1}}{\overline{S_2C_2}}$

Puisque $C_1 = C_2 = C$, alors : $O \equiv C$

Le centre optique O du système centré est confondu avec le centre C des deux dioptries sphériques.

6. La marche d'un rayon lumineux passant par C :



C est le centre des deux dioptries sphériques (DS_1) et (DS_2). Donc le rayon lumineux passant par C , traverse le système sans déviation. On sait que le rayon qui passe par le centre optique O du système n'est pas dévié, donc $O \equiv C$.

7. La position des points principaux H et H' du système :

H' est l'image de H à travers le système donc :

$$\frac{1}{\overline{CH'}} - \frac{1}{\overline{CH}} = \frac{1-n}{nR} \Rightarrow \frac{1}{\overline{CH'}} = \frac{1}{\overline{CH}} + \frac{1-n}{nR} \Rightarrow \overline{CH'} = \frac{nR\overline{CH}}{nR + (1-n)\overline{CH}}$$

$$\text{On a : } \gamma = \frac{\overline{CH'}}{\overline{CH}} = 1 \Rightarrow \frac{nR}{nR + (1-n)\overline{CH}} = 1 \Rightarrow \overline{CH} = 0$$

$$\Rightarrow H \equiv H' \equiv C$$

8. Position des points nodaux N et N' du système optique :

1^{er} méthode :

$$\gamma G = \frac{n_{\text{entrée}}}{n_{\text{sortie}}}; \quad n_{\text{entrée}} = n_{\text{sortie}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \gamma G = 1$$

Pour les points nodaux N et N' on a :

$$G = 1 \Rightarrow \gamma = 1 \Rightarrow (N, N') = (H, H') \Rightarrow N \equiv N' \equiv H \equiv H' \equiv C$$

2^{ème} méthode :

O est l'image de N à travers le dioptre sphérique ($DS1$) et N' est l'image de O à travers le dioptre sphérique ($DS2$) :

■

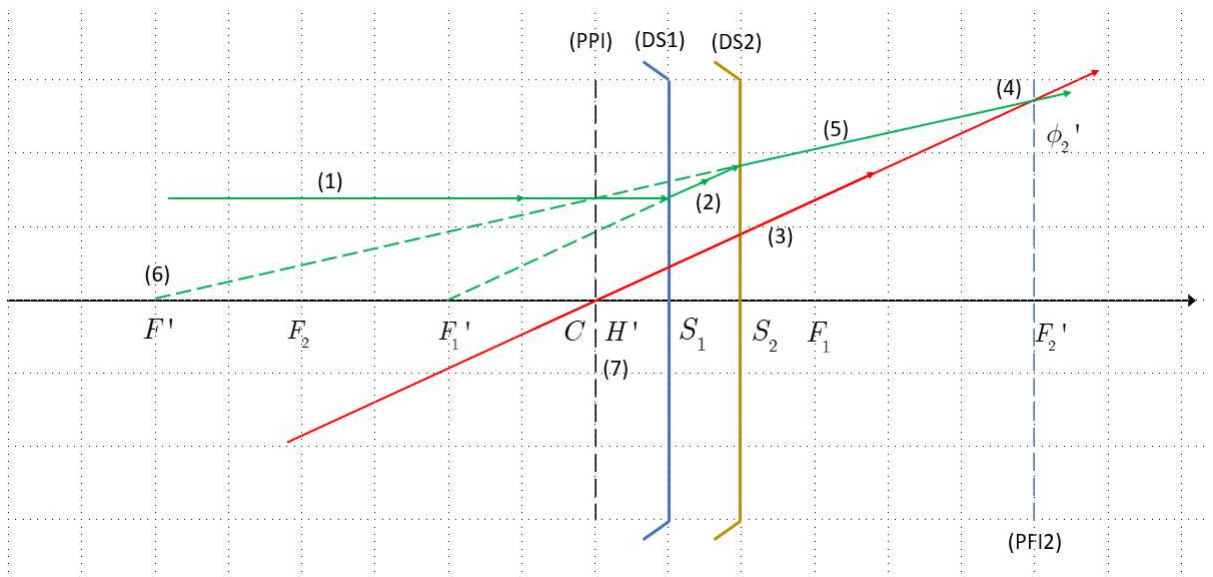
$$\frac{n}{S_1O} - \frac{1}{S_1N} = \frac{n-1}{S_1C} \Rightarrow \frac{1}{S_1N} = \frac{n}{S_1O} - \frac{n-1}{S_1C} \Rightarrow \frac{1}{S_1N} = \frac{n}{S_1C} - \frac{n-1}{S_1C} = \frac{1}{S_1C} \Rightarrow N \equiv C$$

■

$$\frac{1}{S_2N'} - \frac{n}{S_2O} = \frac{1-n}{S_2C} \Rightarrow \frac{1}{S_2N'} = \frac{1-n}{S_2C} + \frac{n}{S_2O} \Rightarrow \frac{1}{S_2N'} = \frac{1-n}{S_2C} + \frac{n}{S_2C} = \frac{1}{S_2C} \Rightarrow N' \equiv C$$

9. Position des plans principaux par construction géométrique :

Position de H' et F' :



Explications :

(1) Le rayon incident parallèle à l'axe se réfracte sur le dioptre sphérique ($DS1$)

et le support du rayon réfracté (2) passe par F_1' (F_1' est virtuel) ;

(3) un rayon incident parallèle au rayon réfracté (2), et qui passe par C n'est pas dévié par le système. Le rayon (3) coupe le plan focal image du dioptré sphérique (DS2) au foyer secondaire image du (DS2) : ϕ_2' (4) ;

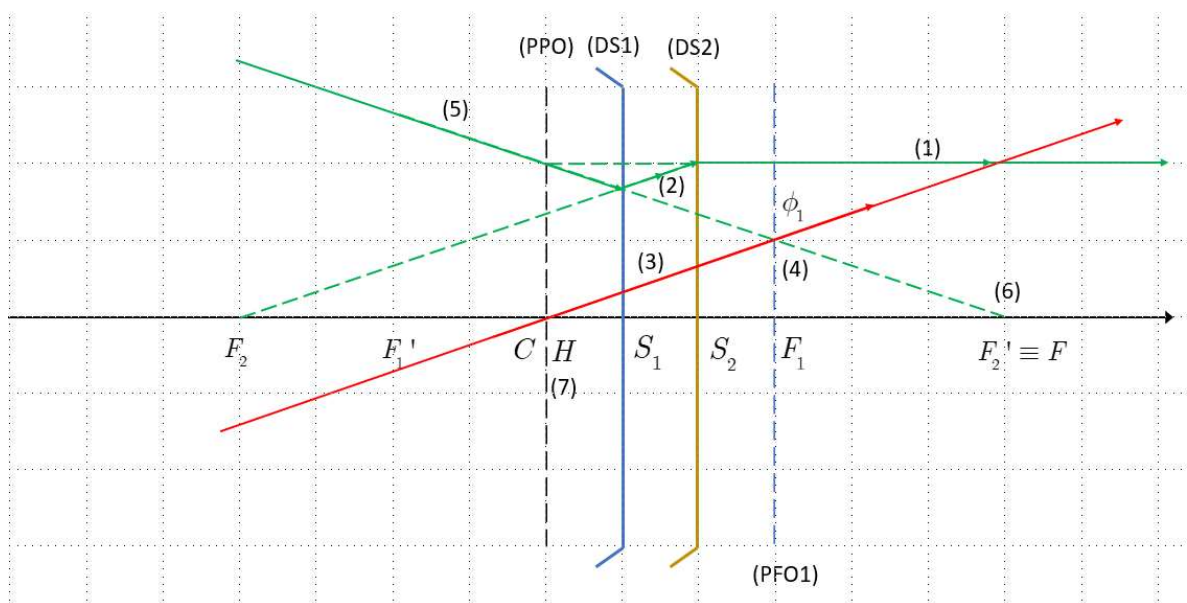
(5) le rayon émergent final qu'on cherche passe aussi par ϕ_2' ;

(6) l'intersection du rayon initial (1) et du prolongement du rayon émergent final (5) donne un point appartenant au plan principal image (PPI) du système.

La projection de ce point sur l'axe optique donne H' ($H'=C$) ;

(7) Le support du rayon réfracté final (5) coupe l'axe optique au foyer image F' du système.

Position de H et F :



Explications :

(1) On considère un rayon émergent final parallèle à l'axe optique, le rayon incident (2) correspondant passe par le foyer objet F_2 du dioptré sphérique (DS2), (F_2 est réel) ;

(3) on considère un rayon (3) émergent du (DS1), qui est parallèle au rayon (2), et dont le rayon incident passe par C. Ce rayon (3) n'est donc pas dévié et coupe le plan focal objet (PFO1) du dioptré sphérique 1 (DS1) au foyer secondaire ϕ_1 (virtuel) (4) ;

(5) le rayon incident initial (5) qu'on cherche (correspondant au rayon final (1)) semble passer également par ϕ_1 .

(6) le prolongement du rayon incident initial (5) coupe l'axe optique au foyer principal objet F du système. (On trouve bien que $\overline{CF_2'} = \overline{CF} = +6\text{cm}$).

(7) l'intersection du rayon incident initial (5) et le prolongement du rayon émergent final (1) donne un point appartenant au plan principal objet (PPO) du système optique. La projection de ce point sur l'axe donne la position du point principal objet H (on trouve bien que $H=C=H'$).

10. Le système équivalent à (Σ) :

La relation de conjugaison du système centré (Σ) s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} - \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{1-n}{nR} \quad \text{Comme} \quad C \equiv O \quad \text{Alors : } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1-n}{nR}$$

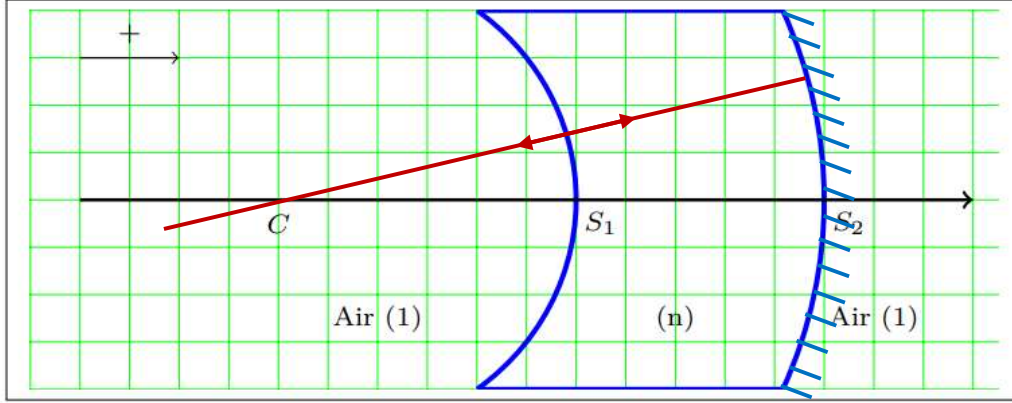
C'est la relation de conjugaison d'une lentille mince placée en O (C) de distance

$$\text{ focale } f' \text{ avec : } f' = \frac{nR}{1-n} = -6\text{cm} < 0$$

Il s'agit donc d'une lentille mince divergente et placée dans l'air.

11. Système catadioptrique.

12. Un rayon passant par C sera réfléchi sur lui-même.



13. Le centre Ω du miroir équivalent est l'image du centre C du miroir sphérique (MS) à travers le dioptre sphérique (DS1) dans le sens de la lumière réfléchie :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\overline{S_1\Omega}} - \frac{n}{\overline{S_1C}} &= \frac{1-n}{\overline{S_1C}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{S_1\Omega}} = \frac{1-n}{\overline{S_1C}} + \frac{n}{\overline{S_1C}} \\ &\Rightarrow \frac{1}{\overline{S_1\Omega}} = \frac{1}{\overline{S_1C}} \\ &\Rightarrow \Omega \equiv C \end{aligned}$$

14. Le sommet Σ du miroir équivalent est l'image du sommet S_2 du miroir sphérique (MS) à travers le dioptre sphérique (DS1) dans le sens de la lumière réfléchie :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\overline{S_1\Sigma}} - \frac{n}{\overline{S_1S_2}} &= \frac{1-n}{\overline{S_1C}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{S_1\Sigma}} = \frac{1-n}{\overline{S_1C}} + \frac{n}{\overline{S_1S_2}} \\ &\Rightarrow \overline{S_1\Sigma} = \frac{R}{4} \end{aligned}$$

Ou :

$$\begin{aligned} \frac{n}{\overline{C\Sigma}} - \frac{1}{\overline{CS_2}} &= \frac{n-1}{\overline{CS_1}} \Rightarrow \frac{n}{\overline{C\Sigma}} = \frac{n-1}{\overline{CS_1}} + \frac{1}{\overline{CS_2}} = \frac{2(n-1)}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2n-1}{R} \\ &\Rightarrow \overline{C\Sigma} = \frac{nR}{2n-1} \Rightarrow \overline{C\Sigma} = \frac{3}{4}R \end{aligned}$$

15. Le rayon de courbure du miroir équivalent :

$$\begin{aligned}\rho = \overline{\Sigma\Omega} &= \overline{\Sigma S_1} + \overline{S_1\Omega} = \overline{\Sigma S_1} + \overline{S_1C} = -\frac{R}{4} - \frac{R}{2} \\ \Rightarrow \rho &= -\frac{3R}{4} \\ \Rightarrow \rho &= -1,5 \text{ cm}\end{aligned}$$

Ou :

$$\begin{aligned}\rho = \overline{\Sigma\Omega} &= \overline{\Sigma C} = \overline{-C\Sigma} = -\frac{3R}{4} \\ \Rightarrow \rho &= -1,5 \text{ cm} \\ \Rightarrow \rho &= -\frac{3R}{4} \\ \Rightarrow \rho &= -1,5 \text{ cm}\end{aligned}$$

$\rho = \overline{\Sigma\Omega} < 0 \Rightarrow$ Donc il s'agit d'un miroir concave et convergent.